論理回路解答

菅原 一孔
(鳥取大学工学部知能情報工学科)

目 次

1 2進数と10進数

1. 次の10進数を8ビット2の補数表現された2進数に変換せよ.
    - $102 \longrightarrow 01100110$
    - $-102 \longrightarrow 10011010$
    - $45 \longrightarrow 00101101$
    - $-23 \longrightarrow 11101001$
2. 次の2進数を10進数に変換せよ．すべて4ビットの2の補数表現されているものとする.
    - $0101 \longrightarrow 5$
    - $0000 \longrightarrow 0$
    - $1101 \longrightarrow -3$
    - $1000 \longrightarrow -8$
3. 次の10進数を16進数に変換せよ.
    - $216 \longrightarrow 00D8$
    - $492 \longrightarrow 01EC$
4. 次の16進数を10進数に変換せよ.
    - $03B5 \longrightarrow 949$
    - $ABCD \longrightarrow 43981$
5. 次の2進数の2の補数と1の補数を求めよ．すべて6ビットで表現されているものとする.
    - 011011

      1の補数 100100

      2の補数 100101

- 101101

  1 の補数 010010

  2 の補数 010011

- 110000

  1 の補数 001111

  2 の補数 010000

6. 次の 2 の補数表現された 2 進数を 10 進数に変換せよ．

   - $0101.1011 \longrightarrow 5.6875$
   - $1011.0101 \longrightarrow -4.6875$

7. 次の 2 進数の 2 の補数を求めよ．すべて小数点以上も以下も 4 ビットで表現されているものとする．

   - $0101.1011 \longrightarrow 1010.0101$
   - $1011.0101 \longrightarrow 0100.1011$

8. 次の 10 進数を 2 の補数表現された 2 進数で表現せよ．ただし，小数点以上も小数点以下も 4 ビットで表現するものとする．

   - $1.2 \longrightarrow 0001.0011$
   - $-5.6 \longrightarrow 1010.0111$

9. 次の 10 進数の加算を 2 進数で行え．ただし，各数は 5 ビットで表現されているものとする．

   - $5 + 6 \longrightarrow 00101 + 00110 = 01011$
   - $-5 + 6 \longrightarrow 11011 + 00110 = 00001$
   - $5 - 6 \longrightarrow 00101 + 11010 = 11111$
   - $-5 - 6 \longrightarrow 11011 + 11010 = 10101$

10. 次の 10 進数の加算を 2 進数で行え．ただし，各数は小数点以上も以下も 4 ビットで表現されているものとする．

    - $1.2 + 2.3 \longrightarrow 0001.0011 + 0010.0100 = 0011.0111$
    - $-1.2 + 2.3 \longrightarrow 1110.1101 + 0010.0100 = 0001.0001$
    - $1.2 - 2.3 \longrightarrow 0001.0011 + 1101.1100 = 1110.1111$
    - $-1.2 - 2.3 \longrightarrow 1110.1101 + 1101.1100 = 1100.1001$

11. 次の 10 進数の乗算を 2 進数で行え．ただし，各数は 4 ビットで表現されているものとし，乗算結果は 8 ビットで表現されるものとする．

    - $5 \times 6 \longrightarrow 0101 \times 0110 = 00011110$

- $-5 \times 6 \longrightarrow 1011 \times 0110 = 11100010$
- $5 \times (-6) \longrightarrow 0101 \times 1010 = 11100010$
- $-5 \times (-6) \longrightarrow 1011 \times 1010 = 00011110$

2 論理関数とその簡単化

1. 真理値表により次の関係が成り立つことを示せ.

$$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b} \tag{2.1}$$

$$a + a \cdot b = a \tag{2.2}$$

$$a \cdot (a + b) = a \tag{2.3}$$

$$a + \overline{a} \cdot b = a + b \tag{2.4}$$

$$a \cdot (\overline{a} + b) = a \cdot b \tag{2.5}$$

表 2.1: (2.1)

a	b	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{a \cdot b}$	$\overline{a} + \overline{b}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0

表 2.2: (2.2)

a	b	ab	$a + a \cdot b$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

表 2.3: (2.3)

a	b	$a + b$	$a \cdot (a + b)$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	1	1

表 2.4: (2.4)

a	b	$\overline{a}$	$\overline{a} \cdot b$	$a + \overline{a} \cdot b$	$a + b$
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1

2. 1 の関係が成り立つことをカルノー図により説明せよ.

表 2.5: (2.5)

a	b	$\overline{a}$	$\overline{a}\ + b$	$a \cdot (\overline{a}\ + b)$	$a \cdot b$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1

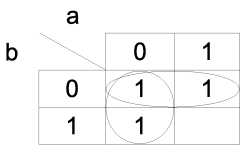


図 2.1: (2.1)

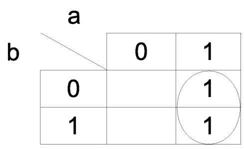


図 2.2: (2.2)

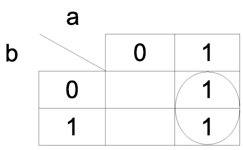


図 2.3: (2.3)

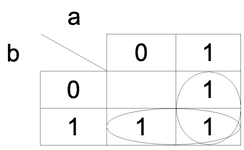


図 2.4: (2.4)

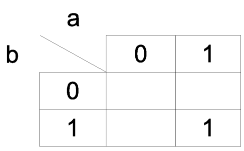


図 2.5: (2.5)

3. 次が成り立つかどうか確認せよ.

$$a\cdot b+\overline{a}\cdot\overline{b}+b\cdot c=a\cdot b+\overline{a}\cdot\overline{b}+\overline{a}\cdot c \tag{2.6}$$
$$a\cdot b+\overline{a}\cdot\overline{b}+\overline{a}\cdot b\cdot c=\overline{a}\cdot\overline{b}+b\cdot\overline{c}+a\cdot b\cdot c \tag{2.7}$$
$$a\cdot b+\overline{a}\cdot c\cdot d+b\cdot c\cdot d=a\cdot b+\overline{a}\cdot c\cdot d \tag{2.8}$$

- (2.6); $<$ 左辺 $>=<$ 右辺 $>=\Sigma(0,1,3,6,7)=\Pi(2,4,5)$
- (2.7); $<$ 左辺 $>\neq<$ 右辺 $>$
- (2.8); $<$ 左辺 $>=<$ 右辺 $>=\Sigma(3,7,12,13,14,15)=\Pi(0,1,2,4,5,6,8,9,10,11)$

4. 次の論理関数をカルノー図により簡単化せよ. なお論理関数は 4 変数である.

$$f_1(a,b,c,d)=\Sigma(1,3,5,6,11,14) \tag{2.9}$$
$$f_2(a,b,c,d)=\Sigma(0,1,2,6,7,8,9,10,12,14) \tag{2.10}$$

cd \ ab	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1			1
10		1	1	

図 2.6: (2.9)

cd \ ab	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1			1
11		1		
10	1	1	1	1

図 2.7: (2.10)

- $f_1(a,b,c,d)=\overline{a}\cdot\overline{c}\cdot d+\overline{b}\cdot c\cdot d+b\cdot c\cdot\overline{d}$
- $f_2(a,b,c,d)=\overline{b}\cdot\overline{c}+c\cdot\overline{d}+a\cdot\overline{d}+\overline{a}\cdot b\cdot c$

5. 次の 4 変数の論理関数を簡単化せよ.

$$f_1(a,b,c,d)=\Sigma(1,2,3,6,11) \tag{2.11}$$
$$f_2(a,b,c,d)=\Sigma(1,2,3,6,7,9,12,15) \tag{2.12}$$

- (2.11); $f_1(a,b,c,d)=\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot d+\overline{b}\cdot c\cdot d+\overline{a}\cdot c\cdot\overline{d}$
- (2.12); $f_2(a,b,c,d)=\overline{a}\cdot c+b\cdot c\cdot d+\overline{b}\cdot\overline{c}\cdot d+a\cdot b\cdot\overline{c}\cdot\overline{d}$

6. 加法標準形を求めよ.

$$f_1=c+(\overline{a}+b)(a+\overline{b}) \tag{2.13}$$
$$f_2=a+\overline{(\overline{a}\cdot\overline{b}+\overline{a}\cdot c)} \tag{2.14}$$
$$f_3=(a+\overline{b}\,c)(b+a\cdot\overline{d})(d+b\cdot\overline{c}) \tag{2.15}$$

- (2.13);

$$
\begin{aligned}
f_1 &= a\cdot b\cdot c+a\cdot b\cdot \overline{c}+a\cdot \overline{b}\cdot c+\overline{a}\cdot b\cdot c+\overline{a}\cdot \overline{b}\cdot c && (2.16)\\
&= m_7+m_6+m_5+m_3+m_1+m_0 && (2.17)\\
&= \Sigma(0,1,3,5,6,7) && (2.18)
\end{aligned}
$$

- (2.14);

$$
\begin{aligned}
f_2 &= a\cdot b\cdot c+a\cdot b\cdot \overline{c}+a\cdot \overline{b}\cdot c+a\cdot \overline{b}\cdot \overline{c}+\overline{a}\cdot b\cdot \overline{c} && (2.19)\\
&= m_7+m_6+m_5+m_4+m_2=\Sigma(2,4,5,6,7) && (2.20)
\end{aligned}
$$

- (2.15);

$$
\begin{aligned}
f_3 &= a\cdot b\cdot c\cdot d+a\cdot b\cdot \overline{c}\cdot d+a\cdot b\cdot \overline{c}\cdot \overline{d} && (2.21)\\
&= m_{15}+m_{13}+m_{12}=\Sigma(12,13,15) && (2.22)
\end{aligned}
$$

7. 乗法標準形を求めよ．

$$
\begin{aligned}
f_1 &= a\cdot b+a\cdot c && (2.23)\\
f_2 &= \overline{a}+b\cdot \overline{c} && (2.24)
\end{aligned}
$$

- (2.23);

$$
\begin{aligned}
f_1 &= (a+b+c)\cdot(a+b+\overline{c})\cdot(a+\overline{b}+c)\cdot && (2.25)\\
&\quad (a+\overline{b}+\overline{c})\cdot(\overline{a}+b+c) && (2.26)\\
&= M_0\cdot M_1\cdot M_2\cdot M_3\cdot M_4=\Pi(0,1,2,3,4) && (2.27)
\end{aligned}
$$

- (2.24);

$$
\begin{aligned}
f_2 &= (\overline{a}+b+c)\cdot(\overline{a}+b+\overline{c})\cdot(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}) && (2.28)\\
&= M_4\cdot M_5\cdot M_7=\Pi(4,5,7) && (2.29)
\end{aligned}
$$

8. 次の加法標準形，乗法標準形を求めよ．

$$
\begin{aligned}
f_1 &= (a+b)\cdot(b+c)\cdot(c+a) && (2.30)\\
f_2 &= a\cdot \overline{b}+b\cdot \overline{c}+\overline{c}\cdot a && (2.31)\\
f_3 &= \overline{a+b\cdot c} && (2.32)
\end{aligned}
$$

- 加法標準形
  - (2.30);

$$
\begin{aligned}
f_1 &= a\cdot b\cdot c+\overline{a}\cdot b\cdot c+a\cdot \overline{b}\cdot c+a\cdot b\cdot \overline{c} && (2.33)\\
&= m_7+m_3+m_5+m_6=\Sigma(3,5,6,7) && (2.34)
\end{aligned}
$$

– (2.31);

$$f_2 = a \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \quad (2.35)$$
$$= m_6 + m_5 + m_4 + m_2 = \Sigma(2,4,5,6) \quad (2.36)$$

– (2.32);

$$f_3 = \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \quad (2.37)$$
$$= m_2 + m_1 + m_0 = \Sigma(0,1,2) \quad (2.38)$$

- 乗法標準形

– (2.30);

$$f_1 = (a+b+c) \cdot (a+b+\overline{c}) \cdot (a+\overline{b}+c) \cdot (\overline{a}+b+c) \quad (2.39)$$
$$= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 = \Pi(0,1,2,4) \quad (2.40)$$

– (2.31);

$$f_2 = (a+b+c) \cdot (a+b+\overline{c}) \cdot (a+\overline{b}+\overline{c}) \cdot (\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}) \quad (2.41)$$
$$= M_0 \cdot M_1 \cdot M_3 \cdot M_7 = \Pi(0,1,3,7) \quad (2.42)$$

– (2.32);

$$f_3 = (a+\overline{b}+\overline{c}) \cdot (\overline{a}+b+c) \cdot (\overline{a}+b+\overline{c}) \cdot \quad (2.43)$$
$$(\overline{a}+\overline{b}+c) \cdot (\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}) \quad (2.44)$$
$$= M_3 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_7 = \Pi(3,4,5,6,7) \quad (2.45)$$

9. 次が成り立つことを示せ.

$$x \oplus y = y \oplus x \quad (2.46)$$
$$(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z) \quad (2.47)$$
$$x(y \oplus z) = xy \oplus xz \qquad (AND\text{ との分配則}) \quad (2.48)$$
$$x \oplus 0 = x \quad (2.49)$$
$$x \oplus 1 = \overline{x} \quad (2.50)$$
$$x \oplus x = 0 \quad (2.51)$$
$$x \oplus \overline{x} = 1 \quad (2.52)$$

- (2.46); $\langle$ 左辺 $\rangle = \overline{x} \cdot y + x \cdot \overline{y} = \overline{y} \cdot x + y \cdot \overline{x} = y \oplus x = \langle$ 右辺 $\rangle$
- (2.47);

$$\langle \text{左辺} \rangle = \overline{\overline{x} \cdot y + x \cdot \overline{y}} \cdot z + (\overline{x} \cdot y + x \cdot \overline{y}) \cdot \overline{z}$$
$$= x \cdot y \cdot z + x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} + \overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z$$
$$= x \cdot (y \cdot z + \overline{y} \cdot \overline{z}) + \overline{x} \cdot (\overline{y} \cdot z + y \cdot \overline{z})$$
$$= x \oplus (y \oplus z) = \langle \text{右辺} \rangle$$

- (2.48);

$$\begin{aligned}
\langle \text{左辺} \rangle &= x\cdot(\overline{y}\cdot z + y\cdot\overline{z}) \\
&= x\cdot\overline{x}\cdot z + x\cdot\overline{y}\cdot z + x\cdot\overline{x}\cdot y + x\cdot y\cdot\overline{z} \\
&= \overline{x\cdot y}\cdot(x\cdot z) + (x\cdot y)\cdot\overline{x\cdot z} \\
&= (x\cdot y)\oplus(x\cdot z)
\end{aligned}$$

- (2.49); $x\cdot\overline{0} + \overline{x}\cdot 0 = x$
- (2.50); $x\cdot\overline{1} + \overline{x}\cdot 1 = \overline{x}$
- (2.51); $x\cdot\overline{x} + \overline{x}\cdot x = 0$
- (2.52); $x\cdot x + \overline{x}\cdot\overline{x} = 1$

10. 次が成り立つことを示せ.

$$\overline{x\oplus y} = \overline{x}\oplus y = x\oplus\overline{y} = xy + \overline{x}\,\overline{y} \tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}
\overline{x}\oplus y &= \overline{\overline{x}}\,y + \overline{x}\,\overline{y} = xy + \overline{x}\,\overline{y} \\
x\oplus\overline{y} &= \overline{x}\,\overline{y} + x\overline{\overline{y}} = xy + \overline{x}\,\overline{y}
\end{aligned} \tag{2.54}$$

11. 次の真理値表で表現される論理関数を求めよ.

表 2.6: f

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

表 2.7: g

a	b	c	g
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

- (2.6);

$$f = \overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c + \overline{a}\cdot b\cdot\overline{c} + a\cdot\overline{b}\cdot\overline{c} + a\cdot b\cdot c \tag{2.55}$$

- (2.7);

$$g = \overline{a}\cdot\overline{c} + b\cdot\overline{c} + \overline{a}\cdot b \tag{2.56}$$

3 組み合わせ回路

1. NOR ゲートにより NOT，AND そして OR を実現すると

$$
\begin{aligned}
\overline{a+a} &= \overline{a} \\
\overline{\overline{a+a} + \overline{b+b}} &= ab \\
\overline{\overline{a+b} + \overline{a+b}} &= a+b
\end{aligned}
$$

となる．これを回路で表現すると図 3.1 のようになる．

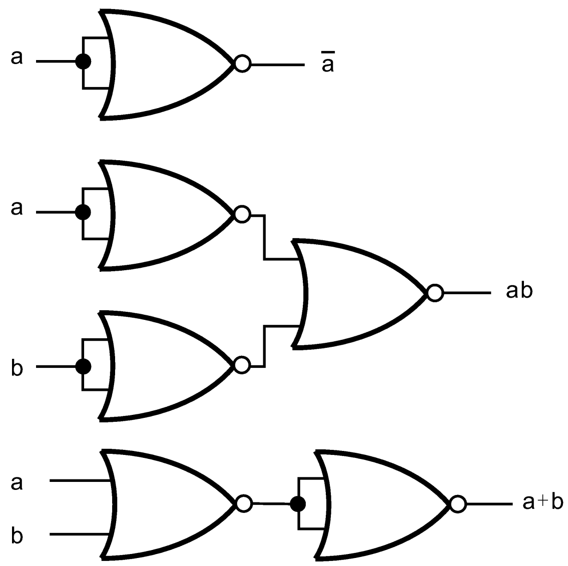


図 3.1: NOR ゲートの完全性

2. 4 ビット偶数パリティ回路を図 3.2 に示す．
3. 4 ビットのプライオリティ回路の真理値表を書くと表 3.1 のようになる．題意から，表 3.1 には，すべてのビットが 0 であるのか第 0 ビットが 0 であるのか判断するための

出力信号として S 信号が考慮されている．

表 3.1: プライオリティ回路の動作

D_3	D_2	D_1	D_0	Z_1	Z_0	S
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0

表 3.1 から

$$Z_1 = D_3 + D_2 \tag{3.1}$$
$$Z_0 = D_3 + \overline{D_2}\ D_1 \tag{3.2}$$
$$S = \overline{D_3}\ \overline{D_2}\ \overline{D_1}\ \overline{D_0} \tag{3.3}$$

これを回路で表現すると図 3.3 となる．

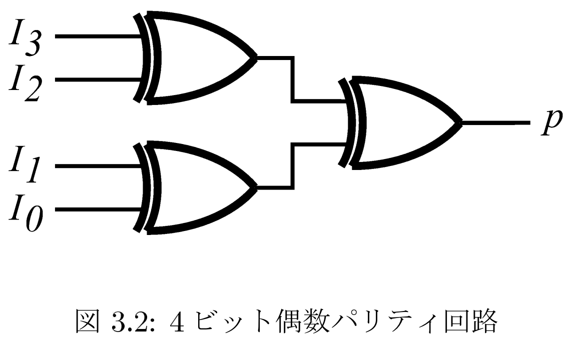


図 3.2: 4 ビット偶数パリティ回路

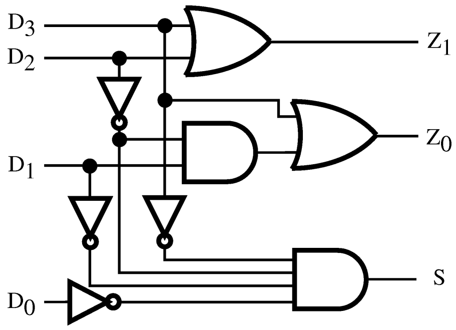
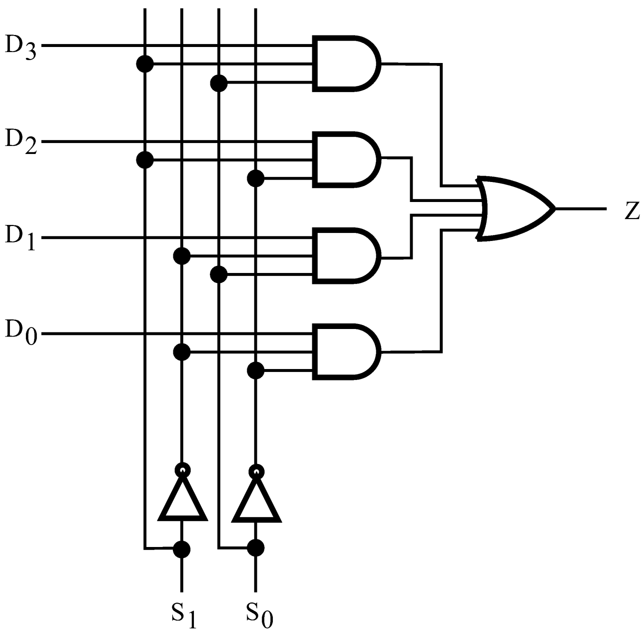


図 3.3: プライオリティ回路

4. 4 つの入力を 2 ビットの切り替え信号により切り替えるマルチプレクサは 4to1 のマルチプレクサと呼ばれ，図 3.4 の回路で実現できる．



S_1	S_0	Z
0	0	D_0
0	1	D_1
1	0	D_2
1	1	D_3

図 3.4: 4to1 のマルチプレクサ

5. 完全定義論理関数を f_c，5,7,13 が不定義の論理関数を f_x とすると，それぞれの真理値表は表 3.2 となる．
図 3.5 および図 3.6 にそれぞれのカルノー図を示す．
これらのことから f_c および f_x は以下のような論理関数で定義される．

$$f_c = \overline{a}\,\overline{b}\,cd + \overline{a}\,bc\overline{d} + a\overline{b}\,\overline{c}\,d + ab\overline{c}\,\overline{d} + abcd \tag{3.4}$$

$$f_x = bd + ab\overline{c} + a\overline{c}\,d + \overline{a}\,cd + \overline{a}\,bc \tag{3.5}$$

表 3.2: f_c および f_x

a	b	c	d	f_c	f_x
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	x
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	x
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	x
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1

cd \ ab	00	01	11	10
00			1	
01				1
11	1		1	
10		1		

図 3.5: f_c

cd \ ab	00	01	11	10
00			1	
01		x	x	1
11	1	x	1	
10		1		

図 3.6: f_x

6. (a,b,c,d) に含まれる 0 の数が 0 個のときは 00，1 個のときは 01，それ以上のときは 11 を出力する回路を設計せよ．

- 出力の上位ビットを f_1，下位ビットを f_0 とおくと，それぞれの真理値表は表 3.3 のとおりである．

表 3.3: f_1 および f_0

a	b	c	d	f_1	f_0
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0

図 3.7 および図 3.8 にそれぞれのカルノー図を示す．

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1		1
11	1			
10	1	1		1

図 3.7: f_1

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1		1
10	1	1	1	1

図 3.8: f_0

これらのことから f_1 および f_0 は以下のような論理関数で定義される．

$$f_1 = \overline{b}\,\overline{d} + \overline{c}\,\overline{d} + \overline{a}\,\overline{b} + \overline{a}\,\overline{c} + \overline{b}\,\overline{c} + \overline{a}\,\overline{d} \quad (3.6)$$

$$f_0 = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + \overline{d} \quad (3.7)$$

7. 題意より多数決回路の真理値表は表 3.4 となる．これから多数決回路は

$$z = ab + bc + ac \tag{3.8}$$

で表現されることが分かる．なお，この多数決回路は加算回路の桁上げ信号に対応していることを確認しておくこと．

表 3.4: 多数決回路

a	b	c	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

8. 減算器を用いて 2 の補数表現された 2 つの数 $A = a_{3:0}, B = b_{3:0}$ の大小比較器を構成すると，図 3.9 のようになる．2 の補数表現された数では MSB が符号を表すので，$A - B$ の演算結果が負の場合，すなわち A が B より小さい場合 1 となる．題意よりこれが L となる．また，$S_{3:0}$ がすべて 0 のときは $A = B$ であるので，E が求まる．そして，$E \neq 0, L \neq 0$ のとき $G = 1$ となる．
9. 7 セグメント LED デコード回路の論理関数を求めよ．
   - a〜g

$$a = \overline{d_3}\ \overline{d_1}\ \overline{d_0}\ + \overline{d_3}\ d_2\overline{d_1}\ + d_3\overline{d_2}\ + d_3d_1 + d_2d_1\overline{d_0} \tag{3.9}$$

$$b = \overline{d_2}\ \overline{d_0}\ + d_1\overline{d_0}\ + d_3d_2 + d_3d_1 \tag{3.10}$$

$$c = d_3\overline{d_1}\ + \overline{d_2}\ d_1d_0 + d_2\overline{d_1}\ d_0 + d_2d_1\overline{d_0}\ + \overline{d_3}\ \overline{d_2}\ \overline{d_0} \tag{3.11}$$

$$d = \overline{d_1}\ d_0 + d_3\overline{d_2}\ + \overline{d_3}\ \overline{d_1}\ + \overline{d_3}\ d_0 \tag{3.12}$$

$$e = \overline{d_3}\ \overline{d_2}\ + \overline{d_2}\ \overline{d_0}\ + \overline{d_3}\ \overline{d_1}\ \overline{d_0}\ + \overline{d_3}\ d_1d_0 + d_3\overline{d1}\ d_0 \tag{3.13}$$

$$f = \overline{d_2}\ \overline{d_0}\ + \overline{d_3}\ d_1 + d_2d_1 + d_3\overline{d_2}\ \overline{d_1}\ + \overline{d_3}\ d_2d_0 \tag{3.14}$$

$$g = d_3 + d_2\overline{d_1}\ + \overline{d_2}\ d_1 + d_1\overline{d_0} \tag{3.15}$$

10. 7 セグメント LED デコード回路の論理関数を求めよ．ただし，入力信号 $d_{3:0}$ は，1010 以上の値は与えられないものとして不完全定義の論理関数として扱うこと．
    - a〜g

$$a = d_3 + \overline{d_1}\ \overline{d_0}\ + d_2\overline{d_1}\ + d_2\overline{d_0} \tag{3.16}$$

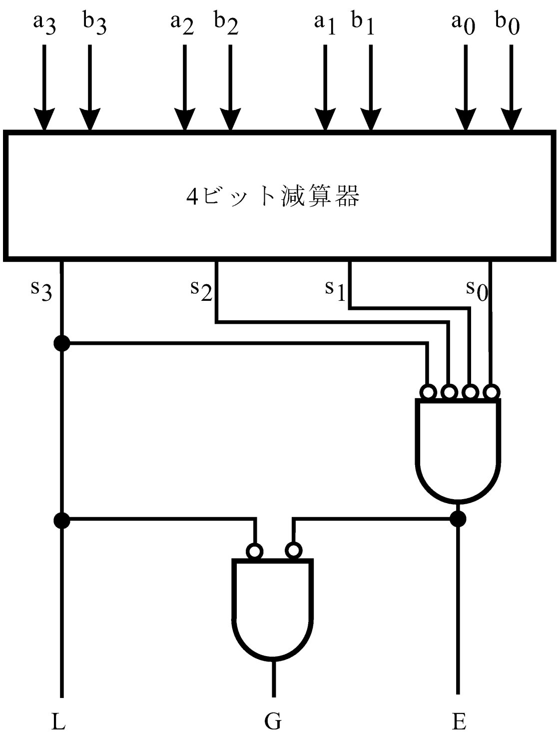


図 3.9: 2 の補数表現された 2 つの数の大小比較器

表 3.5: 7Seg-LED

d_3	d_2	d_1	d_0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1

$$b = \overline{d_2}\,\overline{d_0} + d_1\overline{d_0} \tag{3.17}$$

$$c = d_3 + \overline{d_2}\,\overline{d_0} + \overline{d_2}\,d_1 + d_1\overline{d_0} + d_2\overline{d_1}\,d_0 \tag{3.18}$$

$$d = d_2 + \overline{d_1} + d_0 \tag{3.19}$$

$$e = \overline{d_2} + \overline{d_1}\,\overline{d_0} + d_1 d_0 \tag{3.20}$$

$$f = d_3 + d_1 + d_2 d_0 + \overline{d_2}\,\overline{d_0} \tag{3.21}$$

$$g = d_3 + d_2\overline{d_1} + \overline{d_2}\,d_1 + d_1\overline{d_0} \tag{3.22}$$

表 3.6: 7Seg-LED 2

d_3	d_2	d_1	d_0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	X	X	X	X	X	X	X
1	0	1	1	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X

4 順序回路

1. 状態割り当てまでを同様に行い，状態遷移表も表 4.1 を得る．表 4.2 を用いて，現在の状態 Q，次の状態 Q' から SR フリップフロップへの入力 S, R を求めると表 4.3 のようになる．

表 4.1: 例 (200 円自動販売機) の状態遷移表

現在の状態	入力	次の状態	出力
Q	x	Q'	z
0 (A)	0	0 (A)	0
0 (A)	1	1 (B)	0
1 (B)	0	1 (B)	0
1 (B)	1	0 (A)	1

表 4.2: 各種フリップフロップの動作

現在の状態	次の状態	D	S	R	J	K
0	0	0	0	x	0	x
0	1	1	1	0	1	x
1	0	0	0	1	x	1
1	1	1	x	0	x	0

表 4.3 から S, R を Q, x で表すと，

$$\begin{aligned} S &= \overline{Q}\,x \\ R &= Qx \end{aligned} \tag{4.1}$$

表 4.3: 例 (200 円自動販売機) の SR フリップフロップへの入力

現在の状態	入力	次の状態	SR フリップフロップ		出力
Q	x	Q'	S	R	z
0	0	0	0	x	0
0	1	1	1	0	0
1	0	1	x	0	0
1	1	0	0	1	1

となる．ただしこの式は，不完全定義論理関数として求めた．出力 z は $z = Qx$ である．

2. 現在の状態 Q，次の状態 Q' から JK フリップフロップへの入力 J, K を求めると表 4.4 のようになる．

表 4.4: 例 (200 円自動販売機) の JK フリップフロップへの入力

現在の状態	入力	次の状態	JK フリップフロップ		出力
Q	x	Q'	J	K	z
0	0	0	0	x	0
0	1	1	1	x	0
1	0	1	x	0	0
1	1	0	x	1	1

表 4.4 から J, K を Q, x で表すと，

$$\begin{aligned} J &= x \\ K &= x \end{aligned} \qquad (4.2)$$

となる．ただしこの式は，不完全定義論理関数として求めた．また，出力は $z = Qx$ となる．

3. 状態遷移図は図 4.1 のようになる．
この状態遷移図を状態遷移表で表現すると表 4.6 となる．
4. 題意より 200 円の自動販売機の状態遷移図は図 4.2 のようになる．図 4.2 中では，50 円玉の投入を “01” で，100 円玉の投入を “10” で表現し，商品のみの送り出しを “10” で，商品とおつりの送り出しを “11” で表現している．また，いずれの硬貨の投入がない状態を “00” で，50 円投入済み，100 円投入済み，150 円投入済みの状態をそれぞれ，“01”,“10”,“11” のように割り当てている．図 4.2 の状態遷移図から状態遷移表を作成すると表 4.5 のようになる．これから，回路を設計することができる．

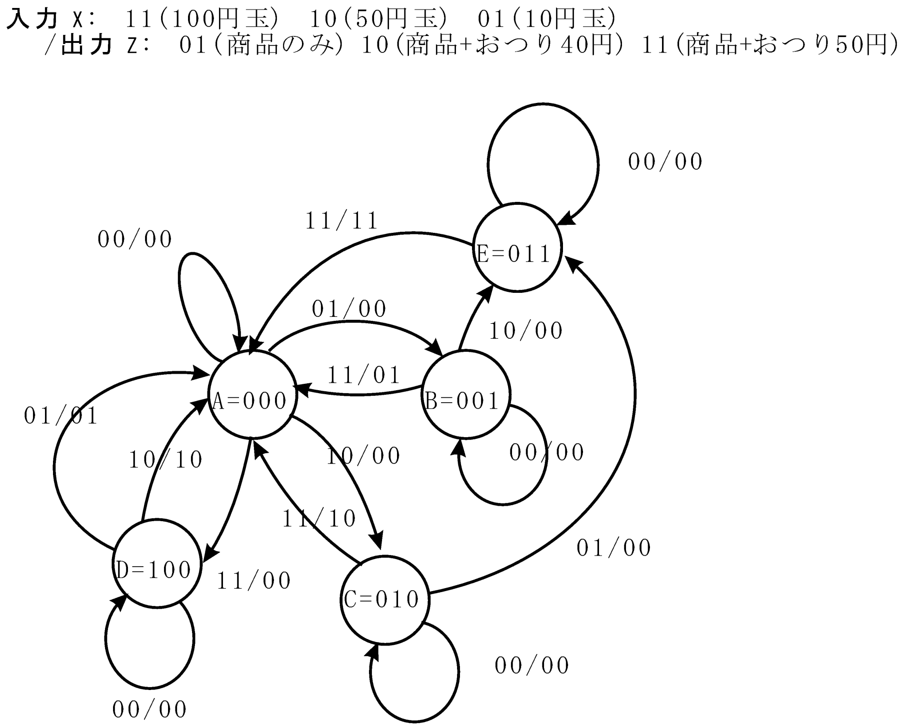


図 4.1: おつりを区別する 110 円の自動販売機の状態遷移図

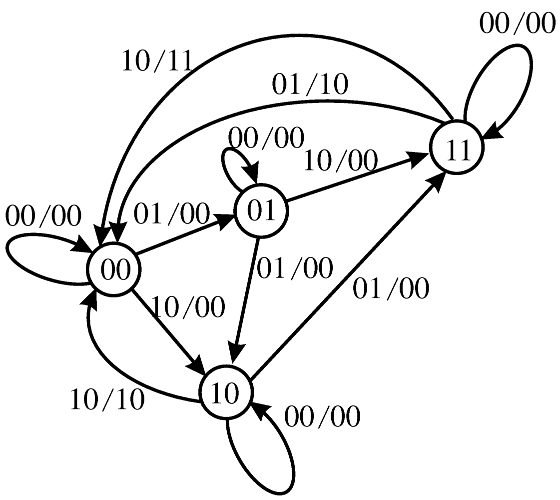


図 4.2: 200 円の自動販売機

表 4.5: 200 円の自動販売機を表す真理値表

Q_1	Q_0	x_1(100 円玉)	x_0(50 円玉)	Q'_1	Q'_0	z_1(商品)	z_0(おつり)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	x	x	x	x
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	x	x	x	x
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	x	x	x	x
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	x	x	x	x

表 4.6: おつりを区別する 110 円の自動販売機の状態遷移表

現在の状態			入力		次の状態			出力	
q_2	q_1	q_0	x_1	x_0	d_2	d_1	d_0	z_1	z_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0

5. 赤信号，青信号，黄色信号が点灯している状態を，それぞれ $Q_{1:0} = 00, 01, 11$ とし，次に点灯する色を $Q'_{1:0}$ で表す．JK-FF を使ってこの制御回路を実現する場合，回路の状態遷移図ならびに各フリップフロップの入力 J_1, K_1, J_0, K_0 と出力 $z_{1:0}$ は，表 4.7 であたえられるので，図 4.3 のカルノー図より

$$\begin{aligned} J_1 &= P_2P_1 \\ K_1 &= \overline{P_2}\,P_1 + P_2\overline{P_1} \; = P_2 \oplus P_1 \\ J_0 &= P_2\overline{P_1} \\ K_0 &= P_1 \\ z_1 &= P_2P_1 + Q_1\overline{P_2}\;\overline{P_1} \\ z_0 &= P_2\overline{P_1} \; + Q_0\overline{P_1} \end{aligned} \tag{4.3}$$

となる．

表 4.7: 信号点灯制御回路 状態遷移表

Q_1	Q_0	P_2	P_1	Q'_1	Q'_0	z_1	z_0	J_1	K_1	J_0	K_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	X	0	X
0	0	0	1	0	0	0	0	0	X	0	X
0	0	1	0	0	1	0	1	0	X	1	X
0	0	1	1	1	0	1	0	1	X	0	X
0	1	0	0	0	1	0	1	0	X	X	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	X	X	1
0	1	1	0	0	1	0	1	0	X	X	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1	X	X	1
1	0	0	0	1	0	1	0	X	0	0	X
1	0	0	1	0	0	0	0	X	1	0	X
1	0	1	0	0	1	0	1	X	1	1	X
1	0	1	1	1	0	1	0	X	0	0	X
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X

6. 題意の働きをする回路は図 4.4 のように，3 つの部分から構成できる．このうち 2 番目の 7 セグメント LED デコード回路は先に述べているので，ここでは最初の部分の計数回路を設計する．
7 つのパルスを計数するには，現在までに入力されたパルスの数に応じて 0 から 6 ま

J_1

P_2P_1 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
00	0	0	X	X
01	0	0	X	X
11	1	1	X	X
10	0	0	X	X

K_1

P_2P_1 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
00	X	X	X	0
01	X	X	X	1
11	X	X	X	0
10	X	X	X	1

J_0

P_2P_1 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
00	0	X	X	0
01	0	X	X	0
11	0	X	X	0
10	1	X	X	1

K_0

P_2P_1 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
00	X	0	X	X
01	X	1	X	X
11	X	1	X	X
10	X	0	X	X

z_1

P_2P_1 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
00	0	0	X	1
01	0	0	X	0
11	1	1	X	1
10	0	0	X	0

z_0

P_2P_1 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
00	0	1	X	0
01	0	0	X	0
11	0	0	X	0
10	1	1	X	1

図 4.3: 信号点灯制御回路

図 4.4: 7 つのパルスを計数する回路の構成

での 7 つの状態がある．これに注意して，題意の回路を状態遷移図で表すと図 4.5 のようになる．この時，7 つの状態に値を割り当てるためには 3 ビットの数が必要であるので，この解答例では図中に示すとおり 000 から 110 までの値を割り当てることにする．しかし値の割り当てについては，一意ではないことに注意する必要がある．

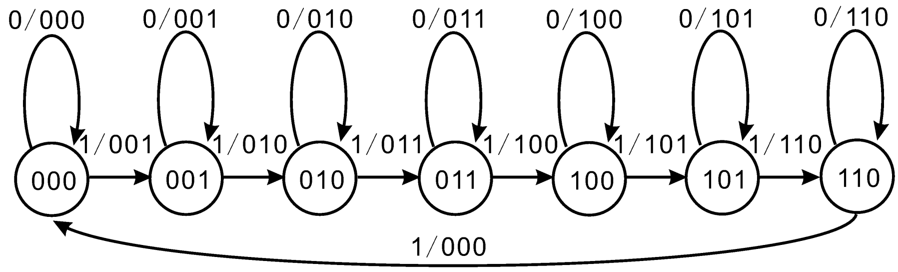


図 4.5: 7 つのパルスを計数する回路の状態遷移図

図 4.5 の状態遷移図を状態遷移表で表すと，表 4.8 のようになる．
この回路を実現するには Q_2, Q_1, Q_0 に対応する 3 つのフリップフロップが必要である．D フリップフロップを用いる場合，それぞれの入力 D_2, D_1, D_0 は

$$\begin{aligned} D_2 &= Q_2\overline{Q_1} + Q_2\overline{Q_0}\,\overline{x} + Q_1Q_0x \\ D_1 &= Q_1\overline{x} + \overline{Q_2}\,Q_1\overline{Q_0} + \overline{Q_1}\,Q_0x \\ D_0 &= Q_1x + \overline{Q_1}\,\overline{Q_0}\,x + \overline{Q_2}\,\overline{Q_0}\,x \end{aligned} \tag{4.4}$$

となる．同様に，出力 z_2, z_1, z_0 は

$$\begin{aligned} z_2 &= Q_2\overline{Q_1} + Q_2\overline{Q_0}\,\overline{x} + Q_1Q_0x = D_2 \\ z_1 &= Q_1\overline{x} + \overline{Q_2}\,Q_1\overline{Q_0} + \overline{Q_1}\,Q_0x = D_1 \\ z_0 &= Q_1x + \overline{Q_1}\,\overline{Q_0}\,x + \overline{Q_2}\,\overline{Q_0}\,x = D_0 \end{aligned} \tag{4.5}$$

となる．

7. 設置されているスイッチは跳ね返り方式のものではなく，スイッチが切り替えられた場合にはその状態を保持できるものを利用する．それぞれのスイッチが下に倒れているとき 0 を，上に倒れているときには 1 を出力しているものとすると，00 から 11 までの 4 つの入力パターンが考えられる．1 階から 2 階へ移動する際に，まず 1 階で点灯し，それを 2 階のスイッチで消灯し，その後その逆の動作をする，一連の動作を考えると
あるいは別な動作として表 4.10 で表されるものがある．これらをまとめると，電灯の制御信号は表 4.11 となる．これから

$$z = x_2\overline{x_1} + \overline{x_2}\,x_1 = x_2 \oplus x_1 \tag{4.6}$$

を得る．

表 4.8: 7 つのパルスを計数する回路の状態遷移表

現在の状態			入力	次の状態			出力		
Q_2	Q_1	Q_0	x	Q_2'	Q_1'	Q_0'	z_2	z_1	z_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X

表 4.9: 電灯点灯消灯動作 1

SW2	SW1	z	動作
0	0	0	消灯状態から
0	1	1	1 階のスイッチで点灯し
1	1	0	2 階のスイッチで消灯する
0	1	1	その後，2 階のスイッチで点灯し
0	0	0	1 階のスイッチで消灯する

表 4.10: 電灯点灯消灯動作 2

SW2	SW1	z	動作
0	0	0	消灯状態から
1	0	1	2 階のスイッチで点灯し
1	1	0	1 階のスイッチで消灯する

表 4.11: 電灯制御信号

x_2	x_1	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

8. 同様に，3 階建ての場合の電灯の制御信号は表 4.12 となる．これから

表 4.12: 電灯制御信号

x_3	x_2	x_1	z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$z = x_3 \oplus x_2 \oplus x_1 \tag{4.7}$$

を得る．